

УДК 534.231

Нормальные волны в волноводе со слоем осадков и источником в упругом полупространстве

И. В. Калинюк, О. Р. Ластовенко*, Ж. В. Маленко*, А. А. Ярошенко*

Отдел сейсмологии института геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины,
Симферополь, 297505. E-mail: kalinyuki2010@gmail.com

*Севастопольский национальный технический университет,
Севастополь, 299053. E-mail: yaroshenko@optima.com.ua

Аннотация. В статье рассматриваются нормальные волны, возникающие в трехслойной модели среды с толстым слоем жидких осадков, созданные точечным источником, расположенным в упругом полупространстве. Установлено, что в слое осадков с поглощением образуется группа волн, которая имеет наименьшие модальные коэффициенты поглощения. Показано, что при заглублении источника основной вклад в сейсмоакустическое поле вносят последние распространяющиеся моды. С увеличением частоты излучения источника уменьшается угловой растр, в котором возбуждаются нормальные волны.

Ключевые слова: акустические волны, акустическая эмиссия, морские землетрясения

1. Введение

Методы и результаты исследования распространения акустических волн в горизонтально-слоистых упругих средах, созданных точечным источником в упругом полупространстве, приведены в работах [1, 8, 9]. Использование жидкого слоя вместо верхнего упругого слоя дает возможность исследовать распространение акустических волн в жидком слое волновода методами вычислительной акустики. Среди первых работ по исследованию распространения акустических волн в модели среды «жидкий слой на упругом полупространстве» с источником в упругом полупространстве были статьи [14, 13]. Модель среды «жидкий слой на упругом полупространстве» в литературе известна под названием модели Шермана [12, 3]. Исследование дисперсионных характеристик модели Шермана проведены в работах [12, 10]. В [13, 12, 3, 10, 2] показано, что вдоль упругой границы распространяется поверхностная волна (аналог волны Стоунли). Кроме поверхностной волны в модели существует затухающая поверхностная волна («вытекающая» волна) [2], вклад которой в акустическое поле описан в работе [4]. В связи с появлением более значимых задач гидроакустики большинство исследований распространения звука в морях и океанах проводилось с использованием моделей Пекериса [11] и с источниками, расположенным в водном слое. В 1993 г. А. Д. Лапин [6] опубликовал дисперсионное уравнение для трехслойной модели среды с промежуточным жидким слоем осадков и получил разложение акустического поля в виде нормальных волн, созданного точечным источником в упругом полупространстве. На основании полученных формул в работе [5] были проведены более детальные исследования дисперсионных характеристик поверхностной волны в зависимости от толщины слоя осадков. В настоящее время интерес к исследованию распространения акустических волн в волноводах мелкого моря, созданных источниками в упругом полупространстве, вызван активно развивающимся направлением — *мониторинг высокочастотных сейсмических шумов акустическими методами* [7].

Проведенное в статье исследование позволит понять основные принципы формирования акустического поля давления и распространения акустических волн в водном слое.

2. Постановка задачи

Модель среды. Рассмотрим трехслойную модель мелкого моря в радиально-симметричной цилиндрической системе координат с плоскопараллельными границами (рис.1). Поглощение в дне вводится через тангенс угла потерь γ . Под водным слоем H_1 расположен слой жидких осадков мощностью $H_2 = H - H_1$, который расположен над упругим полупространством.

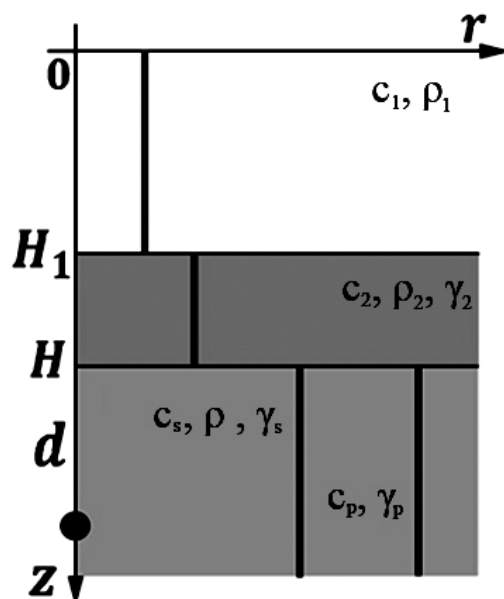


Рис. 1. Модель среды

Для каждого слоя заданы плотность ρ_1 , ρ_2 и ρ , скорость c_i и тангенсы углов потерь γ_i (поглощение в каждом слое). В водном слое поглощение не учитывается ($\gamma_1 \equiv 0$). Здесь $i = \{1, 2, p, s\}$, где 1 и 2 относятся к первому и второму слоям, а индексы p и s — к продольным и сдвиговым волнам в упругом полупространстве, соответственно. Волновое число предполагается комплексным $k_i = \frac{\omega}{c_i}(1 + \gamma_i j)$.

Модель источника. В упругое полупространство на глубину $z_1 = H + d$ от свободной поверхности помещен гармонический точечный источник. Излучатель представляет собой пульсирующую сферу с частотой f и объемной скоростью Q .

3. Решение задачи

Распространение акустических волн в модели (рис.1) описывается системой дифференциальных уравнений, записанной в цилиндрической системе координат:

$$\Delta \Phi_1 + k_1^2 \Phi_1 = 0, \quad 0 \leq z \leq H_1, \quad (1)$$

$$\Delta\Phi_2 + k_2^2\Phi_2 = 0, \quad H_1 \leq z \leq H, \quad (2)$$

$$\Delta\Phi_p + k_p^2\Phi_p = -\frac{Q\delta(z-z_1)\delta(r)}{2\pi r}, \quad H \leq z \leq \infty, \quad (3)$$

$$\Delta\Phi_s + k_s^2\Phi_s = 0, \quad H \leq z \leq \infty, \quad (4)$$

где Δ — оператор Лапласа в цилиндрической системе координат, $\delta(\cdot)$ — функция Дирака. Через Φ_1, Φ_2, Φ_p и Φ_s — обозначим потенциалы смещения продольных и поперечных волн. На границах разделов задаются следующие граничные условия:

граница «воздух-вода»:

$$\Phi_1 = 0, \quad z = 0 \quad (5)$$

граница «вода-осадки»:

$$\rho_1\Phi_1 = \rho_2\Phi_2, \quad \frac{\partial\Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial\Phi_2}{\partial z}, \quad z = H_1 \quad (6)$$

граница «осадки-упругое полупространство»:

$$\frac{\partial\Phi_p}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial\Phi_s}{\partial r} \right) = \frac{\partial\Phi_2}{\partial z}, \quad z = H \quad (7)$$

$$\sigma_{zr} = 0, \quad \sigma_{zz} = -p, \quad p = \omega^2 \rho_2 \Phi_2 \quad (8)$$

где σ_{zr}, σ_{zz} — компоненты тензора напряжений. Свободная верхняя граница описывается условием (5), а непрерывность нормальных смещений на границе «вода – жидкие осадки» определяется условием (6). На границе раздела «жидкость – твердое тело» справедливы условия (7)-(8), при которых нормальные смещения и напряжения непрерывны, а касательные напряжения отсутствуют. Общий вид решения системы (1)-(4) с граничными условиями (5)-(8) можно записать через потенциалы смещений продольных и поперечных волн

$$\Phi_1 = A \sin(\beta_1 z) J_0(\xi r), \quad 0 \leq z \leq H_1 \quad (9)$$

$$\Phi_2 = [B \sin(\beta_2(z-H_1)) + C \cos(\beta_2(z-H_1))] J_0(\xi r), \quad H_1 \leq z \leq H, \quad (10)$$

$$\Phi_p = \left[\frac{Q\xi}{j\beta_p} e^{j\beta_p(H+d-z)} + E e^{j\beta_p(z-H)} \right] J_0(\xi r), \quad H \leq z \leq H+d, \quad (11)$$

$$\Phi_s = G e^{j\beta_s(z-H)} J_0(\xi r), \quad H \leq z \leq \infty \quad (12)$$

$$\Phi_{p,1} = \left[\frac{Q\xi}{j\beta_p} + L \right] e^{j\beta_p(z-H-d)} J_0(\xi r), \quad H+d \leq z \leq \infty \quad (13)$$

где $\beta_i^2 = k_i^2 - \xi^2$, $\text{Im}(\beta_i) > 0$, $i = 1, 2, p, s$

Потенциалы смещения Φ_p и $\Phi_{p,1}$ описывают уходящую от источника цилиндрическую волну. Горизонтальная ось, проходящая через источник, рассматривается как граница раздела двух сред, на которой равны давления, а вертикальные скорости терпят разрыв. Эти условия можно представить в виде:

$$\Phi_p = \Phi_{p,1}, \quad \frac{\partial\Phi_p}{\partial z} - \frac{\partial\Phi_{p,1}}{\partial z} = 2Q\xi J_0(\xi r), \quad z = H+d \quad (14)$$

Подставляя решения (9)-(13) в граничные условия (5)-(8) и (14), получим систему линейных алгебраических уравнений и найдем неизвестный коэффициент A из формулы (9).

Для того, чтобы решения (11) и (13) удовлетворяли условиям (14), необходимо произвести интегрирование по всем значениям параметра от 0 до ∞ . Тогда потенциал смещения в водном слое запишется в виде:

$$\Phi_1 = 2Qk_s^2 \int_0^\infty \frac{k_s^2 - 2\xi^2}{\beta_1 \Delta(\xi)} \sin(\beta_1 z) e^{j\beta_p d} J_0(\xi r) \xi d\xi, \quad 0 \leq z \leq H_1, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta(\xi) &= D(\xi) \cdot T(\xi) - j \frac{k_s^4 \rho_2 \beta_p}{\rho \beta_2} S(\xi), \\ T(\xi) &= \cos(\beta_1 H_1) \cos(\beta_2 H_2) - \frac{\rho_1 \beta_2}{\rho_2 \beta_1} \sin(\beta_1 H_1) \sin(\beta_2 H_2), \\ S(\xi) &= \cos(\beta_1 H_1) \sin(\beta_2 H_2) + \frac{\rho_1 \beta_2}{\rho_2 \beta_1} \sin(\beta_1 H_1) \cos(\beta_2 H_2), \\ D(\xi) &= (2\xi^2 - k_s^2)^2 + 4\xi^2 \beta_p \beta_s. \end{aligned}$$

Акустическое поле давления в дальней зоне можно записать в виде:

$$p = 2\pi j \omega^2 \rho_1 Q \sum_{n=0}^N \frac{k_s^2 (k_s^2 - 2\xi_n^2)}{\left(\frac{\partial \beta_1 \Delta(\xi)}{\partial \xi} \right) \Big|_{\xi=\xi_n}} \sin(\beta_1 z) e^{j\beta_p d} H_0^{(1)}(\xi_n r) \xi_n, \quad 0 \leq z \leq H_1. \quad (16)$$

4. Результаты

В модели «жидкость на упругом полупространстве» выделяют отдельно поверхностную волну (аналог волны Стоунли) и затухающую поверхностную волну («вытекающую» волну) [2]. При малых значениях частоты фазовая скорость поверхностной и «вытекающей» волн приближаются к фазовой скорости волны Рэлея. С увеличением частоты фазовая скорость поверхностной волны стремится к фазовой скорости волны Стоунли, а фазовая скорость «вытекающей» волны стремится к скорости звука в жидкости (рис.2(a)). «Вытекающая» волна по сравнению с поверхностной волной обладает сильным затуханием, что позволяет её не учитывать при вычислении полей давления в дальней зоне. (рис.2(b)). Дисперсионные характеристики волновода с увеличением слоя осадков значительно изменяются только в пределах двадцатиметрового слоя. На рисунках 3 и 4 приведены три кривые, рассчитанные для различных параметров среды. Из них видно, что поглощение в слое осадков и упругом полупространстве незначительно изменяет фазовую скорость поверхностной волны (рис.3(a)). Наличие поглощения в слое осадков существенно (до 8 раз) увеличивает затухание поверхностной волны (рис.3(b)). Для «вытекающей» волны поглощение в слое осадков и в упругом полупространстве незначительно увеличивает затухание волны, которая по своей физической интерпретации имеет большое затухание (в 18 раз больше) по сравнению с поверхностной волной (рис.4(b)). Таким образом, с увеличением толщины слоя осадков, начиная с некоторой толщины, дисперсионные характеристики волновода будут мало отличаться между собой. Это позволяет обобщить полученные результаты и не привязываться к определенной толщине слоя осадков.

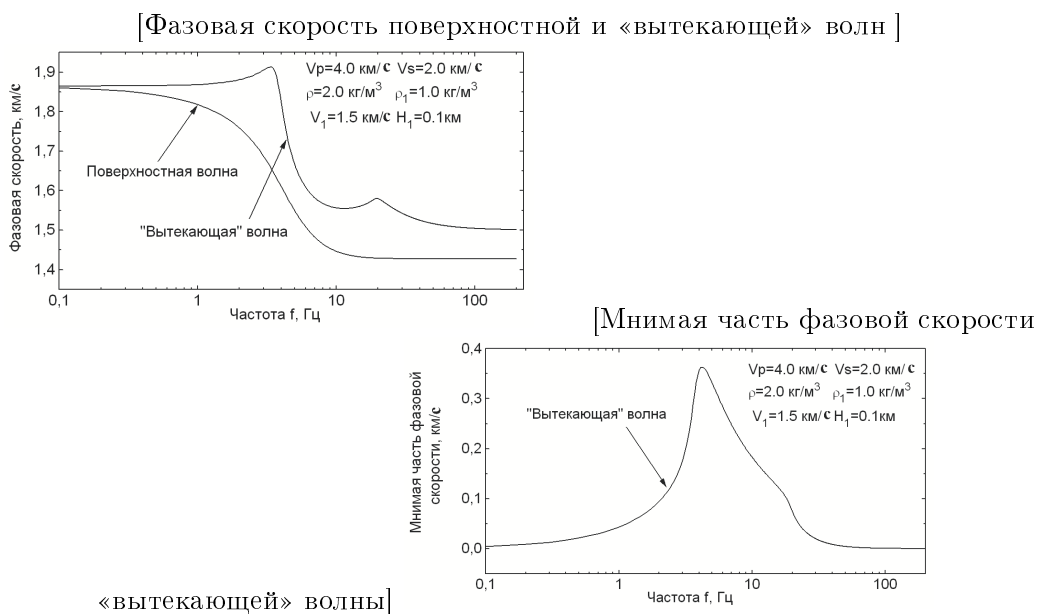


Рис. 2. Фазовые скорости волн

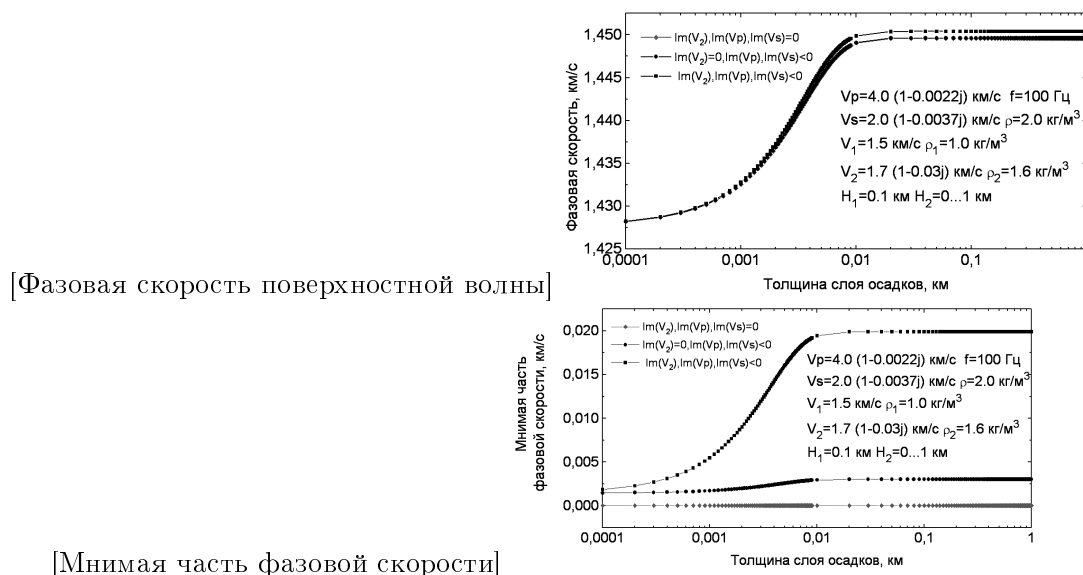


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости поверхностной волны от толщины слоя осадков.

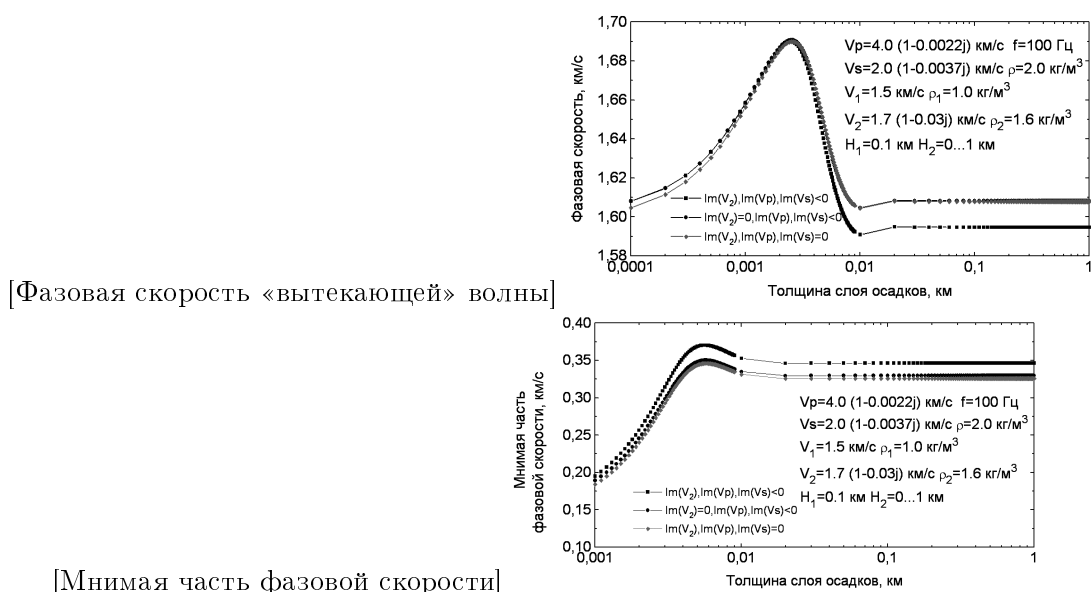


Рис. 4. Зависимость фазовой скорости "вытекающей" волны от толщины слоя осадков.

В дальней зоне акустическое поле определяется нормальными волнами, распространяющимися с определенными фазовыми скоростями и модальными коэффициентами затухания. Рассмотрим модель с однородным жидким слоем, скоростью звука $c_1 = 1500$ м, плотностью $\rho_1 = 1030$ кг/м³. Осадочный слой возьмем с параметрами, характерными для песчаного грунта $c_2 = 1900$ м/с, $\rho_2 = 2200$ кг/м³ с поглощением $\gamma_2 = 0.3$ дБ/(м кГц), а упругое полупространство со скоростями продольных и поперечных волн $c_p = 6000$ м/с, $c_s = 3500$ м/с и плотностью $\rho = 2750$ кг/м³. Данные о поглощении продольных и поперечных волн возьмем для гранитного слоя равными $\gamma_p = 0.03$ дБ/(м кГц) и $\gamma_s = 0.1$ дБ/(м кГц), соответственно. Затухание звука в воде на частотах менее 100 Гц пренебрежимо мало и его можно не учитывать при распространении звука на расстояние менее 1000 км. Для рассматриваемой модели среды с увеличением частоты фазовые скорости нормальных волн уменьшаются от значения 3500 м/с, локализуясь возле скорости 1900 м/с, и затем уменьшаются до скорости звука в воде (рис.5 (а)). Моды с фазовыми скоростями, близкими к скорости звука в воде, имеют самые маленькие модальные коэффициенты затухания (рис.5 (б)). При частоте 55 Гц таких мод четыре, а при 100 Гц их число возрастает до шести. Для мод высших номеров с фазовой скоростью, близкой к скорости звука в осадочном слое, коэффициент поглощения — около 0.3 дБ/(м кГц). В работе [6] при вычислении интеграла (16) методом стационарной фазы получено условие существования распространяющихся нормальных волн, которые вносят вклад в акустическое поле (рис.6). Для диапазона частот от 10 до 100 Гц первые три моды лежат в диапазоне углов падения лучей от 14.0° до 18.50° (рис.6 (б)). В зависимости от глубины источника можно определить расстояние от эпицентра, начиная с которого с увеличением расстояния будут возбуждаться нормальные волны высших номеров (рис.6 (а)).

Экспоненциальный коэффициент $e^{j\beta_p d}$ в формуле (16) с увеличением глубины источника существенно больше у последних распространяющихся мод из-за показателя

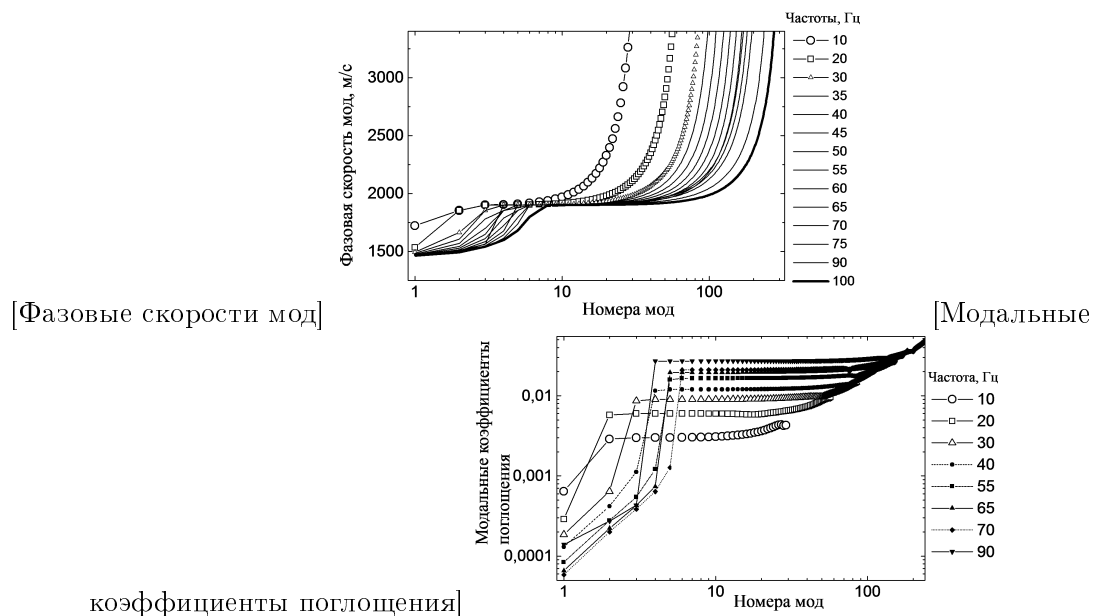
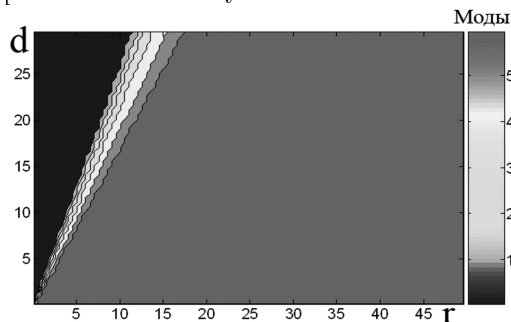
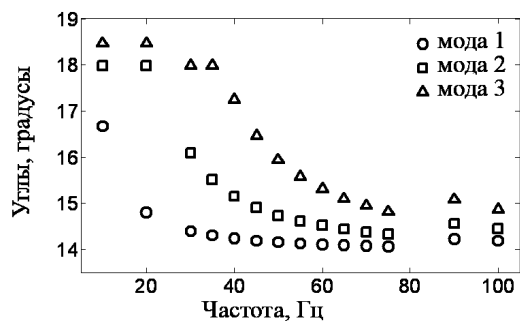


Рис. 5. Фазовые характеристики мод

[Расстояния и глубины начиная с которых моды вносят вклад в акустическое поле]



[Углы падения волн начиная с которых моды вносят вклад в акустическое поле]



моды вносят вклад в акустическое поле]

Рис. 6. Условия существования нормальных волн

степени $\Re(j\beta_p)$, поэтому они вносят основной вклад в акустическое поле.

При уменьшении частоты амплитудное преобладание одних мод над другими нивелируется, и моды низших номеров также начинают вносить вклад в акустическое поле (рис.7).

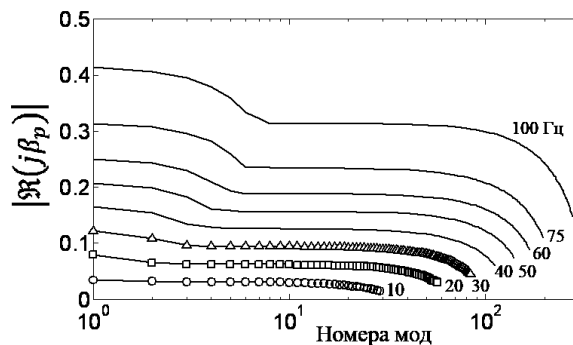


Рис. 7. Зависимость показателя экспоненциального множителя от номера моды и частоты источника

5. Выводы

На распространение акустических волн в волноводе, созданных источником в упругом полупространстве в значительной степени оказывают влияние глубина источника, поглощение в слое осадков и толщина осадочного слоя. Для больших мощностей слоя осадков дисперсионные характеристики волновода слабо изменяются. Это позволяет при вычислении акустических полей давления не привязываться к значению толщины слоя. Модальный коэффициент поглощения поверхностной волны пропорционально зависит от поглощения в слое осадков, поэтому поверхностная волна затухает сильнее, чем первые несколько распространяющихся мод. При вычислении акустических полей давления в дальней зоне полем «вытекающей» волны можно пренебречь. При расположении источника на границе упругого полупространства и слоя осадков экспоненциальный множитель тождественно равен единице. В этом случае присутствие мощного слоя осадков с поглощением приводит к появлению группы волн, которая имеет наименьшие модальные коэффициенты поглощения. При увеличении глубины источника увеличивается разрыв между амплитудными коэффициентами соседних мод. Это приводит к преобладанию последних распространяющихся мод над остальными.

Список цитируемых источников

1. Ажи К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. — Т.1-2: Теория и методы. — М.: Мир, 1983. — 880 с.
2. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. — М.: Наука, 1981. — 288 с.
3. Грудская О. Н. Численное исследование вклада различных частей акустического поля в моделях Пекериса и Шермана // Акуст. журн. — 1989. — Т. XXXV, №4. — С. 752–753.
4. Иванов И. Д. К вопросу о поверхностных волнах на границе жидкости и твердого тела // Акуст. журн. — 1967. — Т.13, №4. — С. 629–631.
5. Калинин И. В. Распространение акустических волн, индуцированных морскими землетрясениями // Динамические системы. — 2011. — Т.1(29), №2. — С. 243–253.

6. *Лапин А. Д.* Звуковое поле в жидком волноводе от монопольного и дипольного источников, расположенных в граничащем с волноводом твердом полупространстве // Акуст. журн. — 1993. — Т.39, №5. — С. 859–865.
7. *Левин Б. В., Сасорова Е. В., Борисов С. А., Борисов А. С.* Оценка параметров слабых землетрясений и их сигналов // Вулканология и сейсмология. — 2010. — №3. — С. 60–70.
8. *Левшин А. Л.* Поверхностные и каналовые сейсмические волны. — М.: Наука, 1973. — 176 с.
9. *Малицький Д. В., Муйла О. О.* Про застосування матричного методу і його модифікацій для дослідження поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. — 2007. — С. 124–136.
10. *Маркушевич В. М.* Волновые числа в задачах о колебаниях жидкого слоя на упругом полупространстве // Сб. науч. трудов. Вычислительная сейсмология. — М: Наука, 1989. — №22. — С. 146–153.
11. *Пекерис К.* Теория распространения звука взрыва в мелкой воде // Распространение звука в океане. — М.: Изд-во иностр. лит., 1951. — С. 48–156.
12. *Шерман Д. И.* О распространении волн в жидком слое, лежащем на упругом полупространстве // Тр. Сейсмол. ин-та. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1945. — №115. — 43 с.
13. *Ewing W. M., Jardetzky W. S., Press F.* Elastic waves in layered media // N.Y., McGraw-Hill, 1957. — 380 pp.
14. *Honda H. Nakamura K.* On the motion of the surface of the sea due to a submarine earthquake // Geophysical Institute, Tohoku. — 1955. — P. 17–34.

Получена 01.06.2014