

УДК 534.231

Пространственная структура акустического поля в мелком море от линейного источника, расположенного в упругом полупространстве

И. В. Калинин, В. А. Лисютин*, Ж. В. Маленко*

Отдел сейсмологии института геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, Симферополь 97505. E-mail: kalinyuki2010@gmail.com

*Севастопольский Национальный Технический Университет, Севастополь

Аннотация. В статье описывается решение задачи определения поля акустического давления в жидкости, созданного точечным источником, расположенным в упругом полупространстве. Полученное решение обобщается на случай, когда источник протяженный. Показано, что вблизи эпицентра угловая направленность источника зависит от угла падения звуковой волны на плоскую границу. Рассчитаны области асимметрии акустического поля с максимальными амплитудами давления.

Ключевые слова: акустические волны, геоакустическая эмиссия, морские землетрясения.

1. Введение

Источник сигналов геоакустической эмиссии (ГАЭ) [8, 11, 9] имеет протяженные размеры и излучает акустические волны в широком диапазоне частот, которые относятся к сейсмическим шумам морей и океанов [2]. Поэтому при незначительных расстояниях между приемником и эпицентром природный источник, достаточно больших размеров, уже нельзя рассматривать как точечный. Модели очагов землетрясений [13, 1] и пространственная структура сейсмических полей смещений в твердой среде исследуются в смежной с акустикой науке — сейсмологии. Исследования акустических полей в акваториях, вызванных ГАЭ или землетрясениями ведутся в следующих направлениях: физические механизмы проникновения и распространения акустических волн в подводном звуковом канале океана [10], распространение третичных волн Т-фаза [5] и акустические поля, вызванные ГАЭ [8, 11, 9]. Однако к вопросу моделирования пространственной структуры сейсмоакустического поля в водном слое мелкого моря недостаточно уделено внимание. Основы теории распространения акустических волн в мелком море были заложены Пекерисом [12], Шерманом [14], Ивингом [16]. Продолжением исследований было уточнение модели Шермана введением между водным слоем и упругим полупространством промежуточного жидкого слоя осадков [7]. Исследование дисперсионных характеристик волновода с дном с промежуточным жидким слоем, лежащем на упругом полупространстве было проведено в [6]. Полученные в [16, 7, 6] результаты справедливы только для случая точечного источника с симметричной характеристикой направленности. Для линейных (протяженных) же источников в зависимости от длины источника симметрия характеристики направленности нарушается, поэтому для уточнения угловой структуры поля протяженного источника требуются дополнительные исследования, предполагающие отказ от классической модели точечного излучателя.

2. Постановка задачи

Простая модель протяженного источника, с помощью которой исследовались поверхностные волны Релея, была использована в [15]. Модель заключается в следующем: на горизонтальной линии длиной L непрерывно расположены точечные источники, которые начинают двигаться в некоторый момент времени t с постоянной скоростью V вдоль вертикальной оси OZ в положительном направлении (рис.1(a)). В процессе движения из положения z_1 в z_2 точечные источники излучают акустические волны. В силу аддитивности суммарное акустическое поле определяется выражением:

$$P(r, \theta, z, t) = \frac{1}{L\Delta z} \int_0^L \int_0^{\Delta z} p(r, \theta, z) e^{-j\omega(t-\frac{\zeta}{V})} d\zeta d\tau, 0 \leq z \leq H. \quad (1)$$

Интегрирование осуществляется по переменным τ и ζ в пределах линейных размеров источника $L \times \Delta z$. Коэффициенты, стоящие перед интегралом в знаменателе необходимы, чтобы при предельном переходе $L, \Delta z \rightarrow 0$ формула (1) соответствовала полю точечного источника $p(r, \theta, z)$.

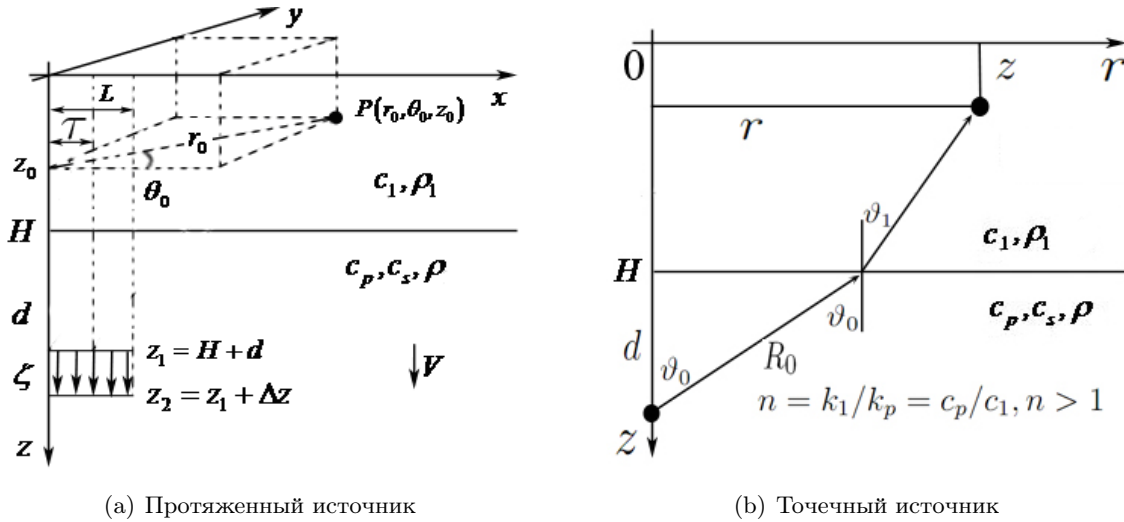


Рис. 1. Модель среды

Радиальное расстояние от каждого источника до приемника по горизонтали определяется формулой

$$r = r_0 \sqrt{1 - 2 \frac{\tau}{r_0} \cos(\theta_0) + \frac{\tau^2}{r_0^2}}.$$

Таким образом, для определения акустического поля давления от протяженного источника первоначально необходимо найти решение для точечного источника.

Рассмотрим двухслойную модель мелкого моря в цилиндрической системе координат с плоскопараллельными границами (рис.1(a)). Водный слой глубиной H и дно в виде упругого полупространства. Для каждого слоя задана плотность ρ_1, ρ , фазовая скорость c'_p, c'_s и тангенсы углов потерь η_p, η_s , где индексы "p" и "s" относятся, соответственно, к продольным и поперечным волнам в упругом полупространстве. Тогда с

учетом поглощения фазовая скорость в полупространстве можно определить по формуле: $c_p = c'_p(1 - j\eta_p)$, $c_s = c'_s(1 - j\eta_s)$, $j = \sqrt{-1}$.

В упругое полупространство на глубину $z_1 = H + d$ от свободной поверхности помещен гармонический точечный источник, излучающий в среду сферически-симметричную волну с частотой $\omega > 0$ и объемной скоростью V_i [3]. Потенциал смещения такой волны имеет вид:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{R_0} e^{j(\frac{\omega}{c_p} R_0 - \omega t)}, Q = \frac{V_i}{4\pi}, \quad (2)$$

где

$$R_0 = \frac{d}{\cos(\vartheta_0)}. \quad (3)$$

Формула (2) описывает продольные волны в упругой среде на расстоянии R_0 (3) от источника.

Обозначим через Φ_1 потенциал смещения продольных волн в водном слое, Φ_p и Φ_s — потенциалы смещений подольных и поперечных волн в упругом полупространстве, соответственно. Тогда распространение акустических волн в модели можно описать с помощью системы волновых уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} &= c_1^2 \nabla^2 \Phi_1, & 0 \leq z \leq H, \\ \frac{\partial^2 \Phi_p}{\partial t^2} &= c_p^2 \nabla^2 \Phi_p, & z \geq H, \\ \frac{\partial^2 \Phi_s}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 \Phi_s, & z \geq H. \end{aligned} \quad (4)$$

В уравнениях (4) на границах разделов двух сред должны выполняться следующие граничные условия [4]:

граница «воздух – вода»

$$\Phi_1 = 0, \quad z = 0; \quad (5)$$

граница «вода – упругое полупространство»

$$\frac{\partial \Phi_p}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_s}{\partial r} \right) = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z}, \quad z = H, \quad (6)$$

$$\sigma_{zr} = 0, \sigma_{zz} = -\omega^2 \rho_1 \Phi_1, \quad (7)$$

где σ_{zr} , σ_{zz} — компоненты тензора напряжений.

Свободная верхняя граница описывается условием (5). На границе раздела «вода – упругое полупространство» справедливы условия (6)-(7), нормальные смещения и напряжения непрерывны, а касательные напряжения отсутствуют.

Горизонтальная ось, проходящая через источник, рассматривается как условная граница раздела, на которой равны давления, а вертикальные компоненты колебательной скорости терпят разрыв. Для описания этого условия вводится потенциал $\Phi_{p,1}$, описывающий уходящую от источника в полупространство волну. Эти условия можно представить в виде [12]:

$$\Phi_p = \Phi_{p,1}, \quad \frac{\partial \Phi_p}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{p,1}}{\partial z} = 2Q\xi J_0(\xi r) e^{-j\omega t}, \quad z = H + d. \quad (8)$$

3. Решение задачи

Представим решение (4) с граничными условиями (5)-(8) в виде [12, 16, 6]:

$$\Phi_1 = A \sin(\beta_1 z) J_0(\xi r) e^{-j\omega t}, \quad 0 \leq z \leq H, \quad (9)$$

$$\Phi_p = \left[\frac{Qj\xi}{\beta_p} e^{j\beta_p(H+d-z)} + B e^{j\beta_p(z-H)} \right] J_0(\xi r) e^{-j\omega t}, \quad H \leq z \leq H+d, \quad (10)$$

$$\Phi_s = C e^{j\beta_s(z-H)} J_0(\xi r) e^{-j\omega t}, \quad H \leq z \leq \infty, \quad (11)$$

$$\Phi_{p,1} = \left[\frac{Qj\xi}{\beta_p} + D \right] e^{j\beta_p(z-H-d)} J_0(\xi r) e^{-j\omega t}, \quad H+d \leq z \leq \infty, \quad (12)$$

где $\beta_m^2 = k_m^2 - \xi^2$, $\text{Im}(\beta_m) > 0$, $k_m = \omega/c_m$, $m = 1, p, s$.

Подставляя (9)-(12) в граничные условия (5)-(7), получим систему линейных уравнений относительно коэффициентов A, B, C, D . Для того, чтобы потенциалы (10) и (12) удовлетворяли условию (8), необходимо произвести интегрирование по ξ от 0 до ∞ . Если из полученной системы определить коэффициент A , тогда интегральное представление акустического поля в жидкости, выраженное через потенциал смещений Φ_1 , определится по формуле:

$$\Phi_1 = 2Qe^{-j\omega t} \cdot \int_0^\infty \frac{k_s^2(k_s^2 - 2\xi^2)}{\Delta(\xi)} \sin(\beta_1 z) e^{j\beta_p d} J_0(\xi r) \xi d\xi, \quad 0 \leq z \leq H, \quad (13)$$

где

$$\Delta(\xi) = \beta_1 \cos(\beta_1 H) \left(D(\xi) - i \frac{k_s^4 \rho_1 \beta_p}{\rho \beta_1} \tan(\beta_1 H) \right), \quad (14)$$

$$D = (2\xi^2 - k_s^2)^2 + 4\xi^2 \beta_p \beta_s.$$

Выражение (14) из (13) при $\Delta(\xi) = 0$ является дисперсионным уравнением двухслойной модели среды.

Перейдем к оценке интеграла (13) методом стационарной фазы [3]. Для асимптотической оценки интеграла произведем стандартную замену в (13) функции Бесселя на функцию Ханкеля:

$$J_0(u) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(u) + H_0^{(2)}(u)].$$

и учтем, что $H_0^{(2)}(-u) = -H_0^{(1)}(u)$. Тогда получим

$$\Phi_1 = Qe^{-j\omega t} \int_{-\infty}^\infty \frac{k_s^2(k_s^2 - 2\xi^2) \sin(\beta_1 z)}{\Delta(\xi)} e^{j\beta_p d} H_0^{(1)}(\xi r) \xi d\xi. \quad (15)$$

Перепишем (15), используя асимптотическое представление функции Ханкеля при условии $r\xi \gg 1$:

$$\Phi_1 = Qe^{-j(\omega t + \frac{\pi}{4})} \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \int_{-\infty}^\infty W(\xi) \sqrt{\xi} e^{j(\xi r + \beta_p d + \beta_1(H-z))} d\xi, \quad (16)$$

$$W(\xi) = \frac{k_s^2(k_s^2 - 2\xi^2)}{\Delta(\xi)} \sin(\beta_1 z) e^{-j\beta_1(H-z)}.$$

Сделаем замену $\xi = k_p q$, тогда (16) примет вид:

$$\Phi_1 = Q k_p e^{-j(\omega t + \frac{\pi}{4})} \sqrt{\frac{2}{\pi r}} \int_{-\infty}^{\infty} W(k_p q) \sqrt{k_p q} \exp(j k_p f(q)) dq, \quad (17)$$

где

$$f(q) = qr + \sqrt{1 - q^2}d + \sqrt{n^2 - q^2}(H - z), n = c_p/c_1 > 1 \quad (18)$$

Точку стационарной фазы определим из уравнения:

$$\frac{\partial f}{\partial q} = r - \frac{qd}{\sqrt{1 - q^2}} - \frac{q(H - z)n}{\sqrt{n^2 - q^2}} = 0 \quad (19)$$

Если сделать замену $q = \sin(\vartheta)$ в формуле (19) и воспользоваться законом Снеллиуса на границе раздела двух сред (рис.1(b)), то получим тождество при $\vartheta = \vartheta_0$:

$$r = d \tan(\vartheta_0) + (H - z) \tan(\vartheta_1), \quad \sin(\vartheta_0) = n \sin(\vartheta_1).$$

из которого следует, что $q_0 = \sin(\vartheta_0)$ — седловая точка. Далее определим значение второй производной функции (18) в седловой точке:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial q^2} = -\frac{d}{\cos^3(\vartheta_0)} - \frac{n^2(H - z)}{(n^2 - \sin^2(\vartheta_0))^{3/2}}. \quad (20)$$

Разложим функцию (18) в ряд в окрестности $q - q_0 = \varepsilon e^{-j\pi/4}$ седловой точки

$$f(q) = f(q_0) + f'(q_0)(q - q_0) + \frac{1}{2}f''(q_0)(q - q_0)^2 + \dots \quad (21)$$

Подставляя (19) и (20) в (21), получим

$$f(\varepsilon) = f(q_0) - j\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial q^2}\right)\varepsilon^2. \quad (22)$$

Согласно [15], вычислим интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_p}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial q^2}\right)\varepsilon^2\right] d\varepsilon = \sqrt{\frac{2\pi}{k_p\left|\frac{\partial^2 f}{\partial q^2}\right|}}. \quad (23)$$

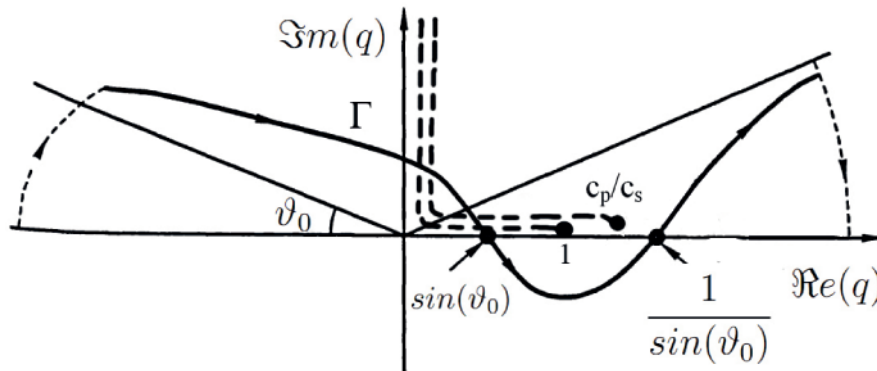


Рис. 2. Контур интегрирования

Перейдем в (17) к новой переменной интегрирования ε . Подставляя (22) в (17) и учитывая (20), (23), получим окончательную оценку интеграла (17) по перевальному пути Γ (рис.2):

$$\Phi_1 = -2jQk_p \cos(\vartheta_0) W(k_p \sin(\vartheta_0)) \frac{\sqrt{\sin(\vartheta_0)}}{\sqrt{r}} \left(\frac{d}{\cos(\vartheta_0)} + \frac{(H-z) \cos^2(\vartheta_0)}{n(1-\sin^2(\vartheta_1))^{3/2}} \right)^{-1/2} e^{-j\omega \varrho}, \quad (24)$$

где

$$\varrho = t - \left(\frac{d}{\cos(\vartheta_0)} + \frac{n(H-z)}{\cos(\vartheta_1)} \right).$$

Для малой глубины волновода $H \ll d$ по сравнению с глубиной источника формулу (24) можно представить в виде:

$$\Phi_1 = -2jQk_p \cos(\vartheta_0) \tilde{W}(k_p \sin(\vartheta_0)) \sqrt{\frac{\sin(\vartheta_0) \cos(\vartheta_0)}{rd}} e^{-j\omega \varrho} \quad (25)$$

где

$$\tilde{W}(\xi) = \frac{k_s^2(k_s^2 - 2\xi^2)}{\beta_1 \Delta(\xi)} \sin(\beta_1 z) e^{-jk_p \frac{n(H-z)}{\cos(\vartheta_1)} (1 + \cos^2(\vartheta_1))}$$

Подставляя (25) в формулу $p = \rho_1 \omega^2 \Phi_1$ и учитывая (3), получим

$$p(r, \theta, z, t) = -2jQ\omega^2 \rho_1 k_p \cos(\vartheta_0) \tilde{W}(k_p \sin(\vartheta_0)) \frac{e^{jk_p R_0 - j\omega t}}{R_0} \quad (26)$$

В формуле (26) только последний множитель зависит от глубины расположения источника. Подставляя формулу (3) в (26) и интегрируя по переменной ζ , получим:

$$\frac{\cos(\vartheta_0) e^{-j\omega t}}{\Delta z} \int_0^{\Delta z} \frac{e^{jk_p \frac{d+\zeta}{\cos(\vartheta_0)}}}{d+\zeta} e^{j\omega \frac{\zeta}{V}} d\zeta = \frac{e^{jk_p R_0 - j(\omega t - Y)}}{R_0} \frac{\sin(Y)}{Y}, Y = \frac{\Delta z}{2} \left(\frac{k_p}{\cos(\vartheta_0)} + \frac{\omega}{V} \right) \quad (27)$$

Для больших глубин $d \gg r_0$ и при достаточно малых размерах источника $L < 1$ расстояние, пройденное волной от источника до границы с жидкостью, можно приближенно записать в виде $R = R_0 - \tau r_0 \cos(\theta) / R_0$. Здесь R — расстояние, определенное для точечного источника, смещенного на τ . Интегрируя выражение (27) по переменной τ , получим:

$$\frac{1}{L} \int_0^L \frac{e^{jk_p R}}{R} d\tau = \frac{e^{j(k_p R_0 - X)}}{R_0} \frac{\sin(X)}{X}, X = \frac{L k_p r_0 \cos(\theta)}{2 R_0} \quad (28)$$

В результате приходим к следующей формуле для формального решения поставленной задачи:

$$P(r, \theta, z, t) = -2jQ\omega^2 \rho_1 k_p \cos(\vartheta_0) \tilde{W}(k_p \sin(\vartheta_0)) \frac{\sin(Y)}{Y} \frac{\sin(X)}{X} \frac{e^{j(k_p R_0 - X - (\omega t - Y))}}{R_0}, \quad (29)$$

4. Результаты

При интегрировании приходилось делать упрощающие предположения: $d \gg r$, $d \gg H$, $L < 1$, которые ограничивают область применения формулы (29). При этом в пределах этих ограничений находится наиболее интересный случай для сейсмоакустики, в

котором источник значительно удален от границы упругого полупространства с жидкостью, при этом высокочастотные акустические волны сильно затухают проходя путь от источника до плоской границе.

Из (29) видно, что акустическое поле зависит от угла падения волны (ϑ), выражений X и Y . При больших углах падения, близких к 90° , акустическое поле стремится к нулю. Выражение X определяет угловую направленность источника. В перпендикулярном линии источника направлении характеристика направленности имеет максимум, а закон спада поля — обратная пропорциональность расстояния (рис.3(a)). С увеличением волнового размера источника угловая ширина главных лепестков характеристики направленности уменьшается (рис.3(b)). С уменьшением волнового размера характеристика направленности приобретает симметричный вид, характерный для точечного источника. При построении изолиний (рис.3(a)) акустическое поле нормировалось на величину давления, полученного на глубине H м и эпицентральной расстоянии 1 м в перпендикулярном линии источника направлении.

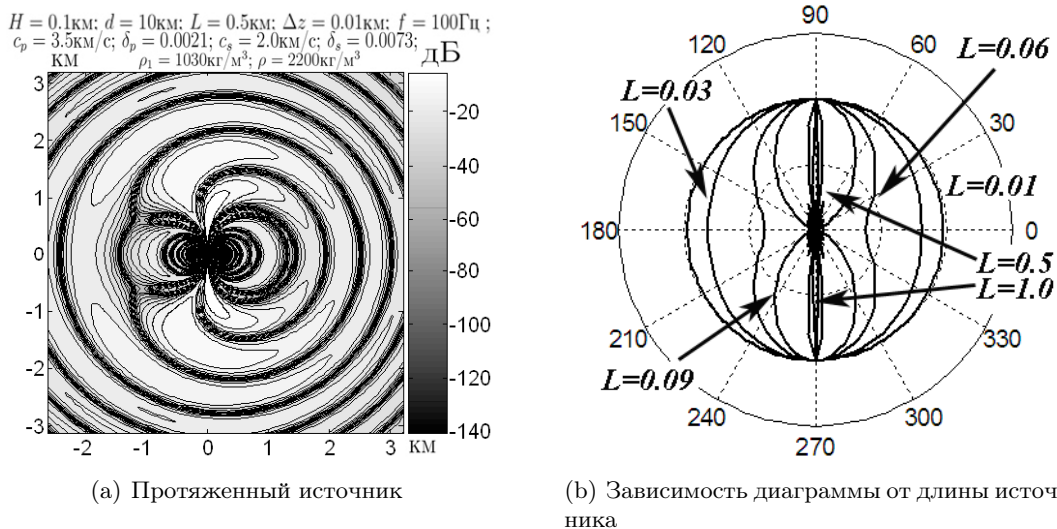


Рис. 3. Изолинии акустического поля

Выражение Y характеризует время задержки прихода акустической волны. Величина Δz определяет малые вертикальные смещения источника, которые пропорциональны амплитуде акустической волны. С увеличением угла падения увеличивается коэффициент пропорциональности. Скорость движения источника обычно близка к скорости поперечных волн в упругой среде, и не может превосходить скорости продольных волн. Малый интервал возможных скоростей и вертикальных движений не дают значительного увеличения амплитуд акустических волн.

5. Выводы

Вблизи эпицентра нормальные волны и боковая волна еще не успевают сформироваться, поэтому основной вклад в акустическое поле точечного источника дает значение интеграла по перевальному пути. Интегрирование по линейным размерам протяженного источника показывает, что у такого рода источника появляется угловая направлен-

ность. В перпендикулярном линии источника направлении характеристика направленности имеет максимум, а закон спадания поля — обратная пропорциональность расстояния. С увеличением волнового размера источника угловая ширина главных лепестков характеристики направленности уменьшается. С уменьшением волнового размера характеристика направленности приобретает симметричный вид, характерный для точечного источника. Согласно полученным формулам, изолиниями акустического поля являются концентрические окружности с чередованием зон локальных максимумов и минимумов давлений.

Список цитируемых источников

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. Т.1. — М.: Мир, 1983. — 880 с.
2. Акустика океана. / Под ред. Л.М. Бреховских. — М.: Наука. — 1974. — 693 с.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. — 343 с.
4. Исакович М. А. Общая акустика. — М.: Наука, 1973. — 495 с.
5. Кадыков И. Ф. Акустика подводных землетрясений. — М.: Наука, 1986. — 125 с.
6. Калинин И. В. Распространение акустических волн, индуцированных морскими землетрясениями. // Динамические системы. — 2011. — Т.1(29), №2. — С. 243–253
7. Лапин А. Д. Звуковое поле в жидком волноводе от монопольного и дипольного источников, расположенных в граничащем с волноводом твердом полупространстве // Акуст. журн. — 1993. — Т.39, №5. — С. 859–865.
8. Ларионов И. А., Щербина А. О., Мищенко М. А. Отклик геоакустической эмиссии на процесс подготовки землетрясений в разных пунктах наблюдений // Серия Науки о Земле. — Петропавловск-Камчатский: Вестник КРАУНЦ. — 2005. — Т.2, №6. — С. 108–115.
9. Левин Б.В., Сасорова Е. В., Борисов С. А., Борисов А. С. Оценка параметров слабых землетрясений и их сигналов. // Вулканология и сейсмология. — 2010. — №3. — С. 60–70.
10. Лысанов Ю.П. Захват подводным звуковым каналом гидроакустических волн, генерируемых при подводных землетрясениях в глубоком океане // Акуст. Журн. — 1997. — Т.43, №1. — С. 92–97.
11. Морозов В. Е., Сасорова Е. В. Высокочастотные сигналы (40–110 Гц), предшествующие землетрясениям, по гидроакустическим данным на Тихоокеанском побережье Камчатки. // Вулканология и сейсмология. — 2003. — №4. — С. 64–74.
12. Пекерис К. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде // Распространение звука в океане. — М.: Изд-во иностр. лит., 1951. — С. 48–156.
13. Соболев Г.А., Пономарев А.В. Физика землетрясений и предвестники. — М.: Наука, 2003. — 270 с.
14. Шерман Д.И. О распространении волн в жидком слое, лежащем на упругом полупространстве. // Тр. Сейсмол. ин-та. — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1945. — №115. — 43с.
15. Ben-Menahem A. Radiation of seismic surface-waves from finite moving sources // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1961. — Vol. 51, №3. — P. 401–435.
16. Ewing W. M., Jardetzky W. S. Elastic waves in layered media. — N.Y.: McGraw-Hill, 1957. — 380 p.

Получена 01.05.2013